

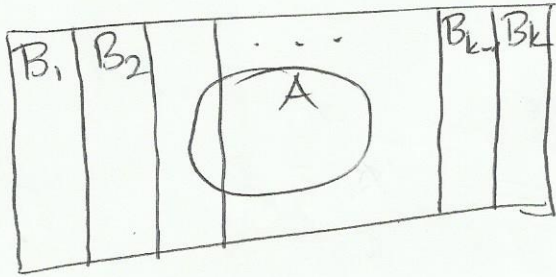
# BAYES TEOREMİ :

Teorem:  $B_1, B_2, \dots, B_k$  'ler  $S$  örnekle uzayının parçalanışı olsun.  $A, S$  içinde  $P(A) \neq 0$  olan bir olay ise

$$P(B_r/A) = \frac{P(B_r) \cdot P(A/B_r)}{\sum_{i=1}^k P(B_i) \cdot P(A/B_i)}$$

dir.

İspat: Venn semasını düşünelim.



$B_1, \dots, B_k$  'ler ayrık ve birleşimi  $S$  olduğundan

$$S = B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_k$$

ve  $B_i \cap B_j = \emptyset$  ( $i \neq j$ )

$A$  olayı ayrık,  $B_1 \cap A, \dots, B_k \cap A$  olaylarının birleşimi olarak yazılır.

$$A = (B_1 \cap A) \cup (B_2 \cap A) \cup \dots \cup (B_k \cap A)$$

$$\Rightarrow P(A) = P(B_1 \cap A) + \dots + P(B_k \cap A)$$

koşullu olasılık tanımından,

$$P(B_r/A) = \frac{P(B_r \cap A)}{P(A)}$$

$$= \frac{P(B_r \cap A)}{P(B_1 \cap A) + \dots + P(B_k \cap A)}$$

$$= \frac{P(B_r \cap A)}{\sum_{i=1}^k P(B_i \cap A)}$$

$$= \frac{P(B_r) \cdot P(A/B_r)}{\sum_{i=1}^k P(B_i) \cdot P(A/B_i)}$$

burada,

$$P(A/B_r) = \frac{P(B_r \cap A)}{P(B_r)}$$

$$\Rightarrow P(B_r \cap A) = P(B_r) \cdot P(A/B_r)$$

bulunur.

